

Le langage des chiffres et l'écriture des nombres

AZIZ EL KACIMI

Université de Valenciennes

Cité des Géométries - Gare Numérique de Jeumont

Atelier mathématique animé à

École de la Deuxième Chance - Grand Hainaut

dans le cadre de la

Semaine des Mathématiques 2017

Mathématiques et langages

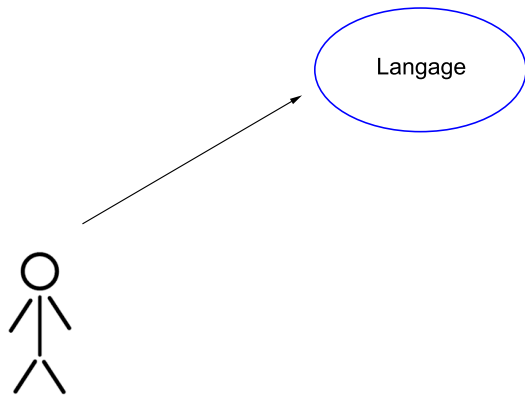
0. Le langage

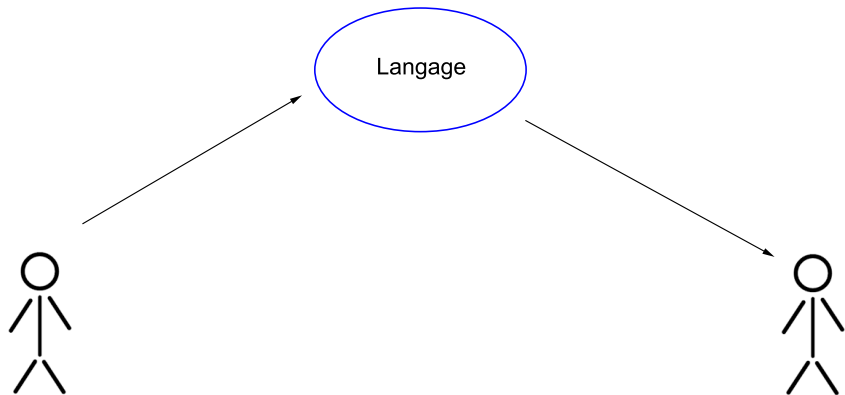


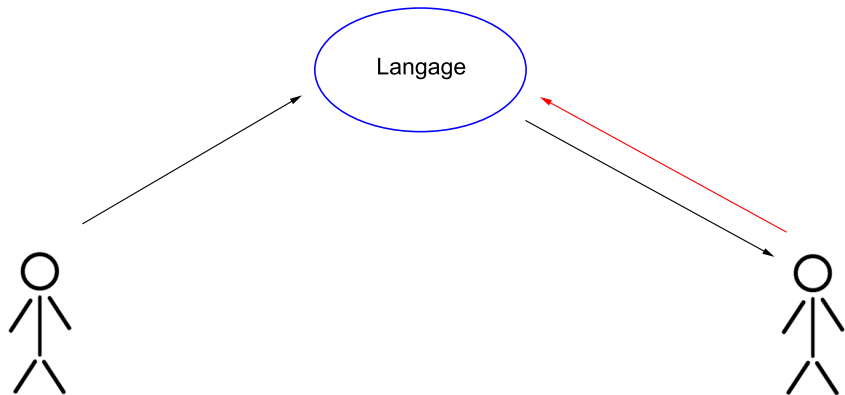


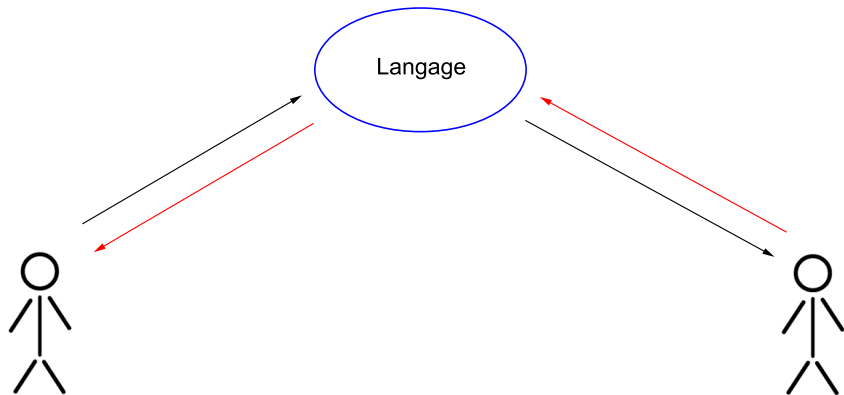
Langage

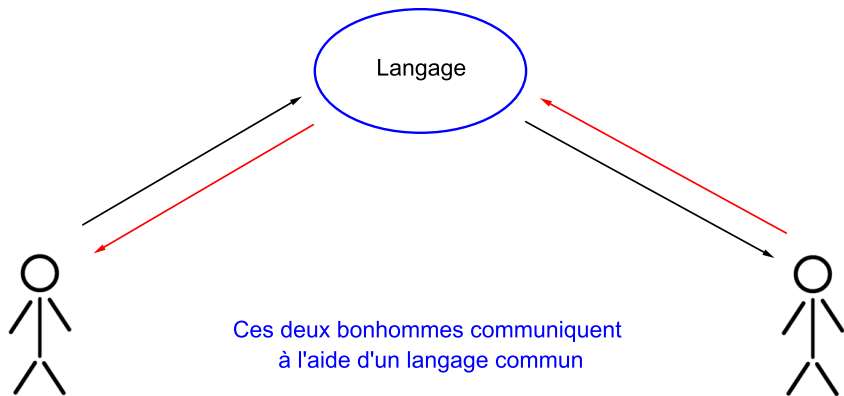












Qu'est ce qu'un langage ?

La définition la plus simple :

C'est un système de signes
(graphiques, vocaux, gestuels...)
permettant de communiquer.

La définition la plus simple :

**C'est un système de signes
(graphiques, vocaux, gestuels...)
permettant de communiquer.**

Exemples :

- 1 Les gestes, langage courant (primitif).
- 2 La langue qui permet de se parler.
- 3 L'écriture qui code la langue.
- 4 Les nombres qui permettent de quantifier.
- 5 Les chiffres qui codent les nombres.
- 6 ...

Exemples :

- 1 **Les gestes, langage courant (primitif).**
- 2 La langue qui permet de se parler.
- 3 L'écriture qui code la langue.
- 4 Les nombres qui permettent de quantifier.
- 5 Les chiffres qui codent les nombres.
- 6 ...

Exemples :

- 1 Les gestes, langage courant (primitif).
- 2 La langue qui permet de se parler.
- 3 L'écriture qui code la langue.
- 4 Les nombres qui permettent de quantifier.
- 5 Les chiffres qui codent les nombres.
- 6 ...

Exemples :

- 1 Les gestes, langage courant (primitif).
- 2 La langue qui permet de se parler.
- 3 L'écriture qui code la langue.
- 4 Les nombres qui permettent de quantifier.
- 5 Les chiffres qui codent les nombres.
- 6 ...

Exemples :

- 1 Les gestes, langage courant (primitif).
- 2 La langue qui permet de se parler.
- 3 L'écriture qui code la langue.
- 4 Les nombres qui permettent de quantifier.
- 5 Les chiffres qui codent les nombres.
- 6 ...

Exemples :

- 1 Les gestes, langage courant (primitif).
- 2 La langue qui permet de se parler.
- 3 L'écriture qui code la langue.
- 4 Les nombres qui permettent de quantifier.
- 5 Les chiffres qui codent les nombres.
- 6 ...

Exemples :

- 1 Les gestes, langage courant (primitif).
- 2 La langue qui permet de se parler.
- 3 L'écriture qui code la langue.
- 4 Les nombres qui permettent de quantifier.
- 5 Les chiffres qui codent les nombres.
- 6 ...

**Dans cet atelier,
nous nous intéresserons :**

- ① **Aux nombres, qui quantifient,**
- ② **et aux chiffres qui les codent.**

Dans cet atelier,
nous nous intéresserons :

- ① **Aux nombres, qui quantifient,**
- ② **et aux chiffres qui les codent.**

Dans cet atelier,
nous nous intéresserons :

- ① Aux nombres, qui quantifient,
- ② et aux chiffres qui les codent.



1



2





4



5



6



7



8



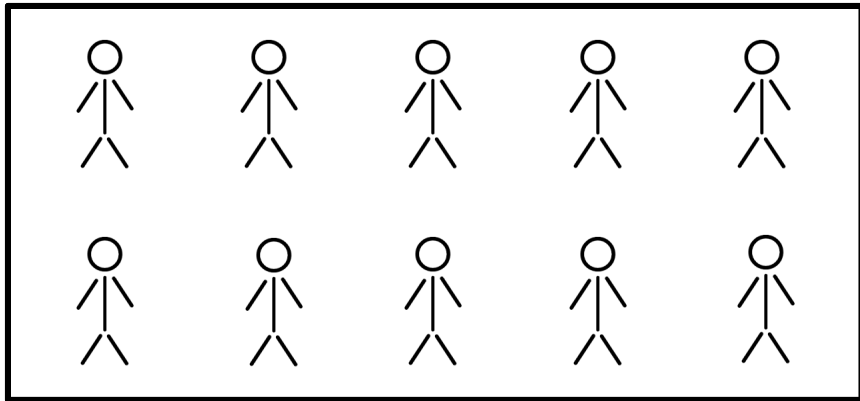
9

Pas de bonhomme

0



Un paquet de bonhommes



10

2. Je devine ce que tu penses

Pense à un nombre entre 1 et 100 !

*Parmi les listes qui suivent,
indique-moi celles où il figure !*

*Je devine alors le nombre
auquel tu as pensé !*

2. Je devine ce que tu penses

Pense à un nombre entre 1 et 100 !

*Parmi les listes qui suivent,
indique-moi celles où il figure !*

*Je devine alors le nombre
auquel tu as pensé !*

2. Je devine ce que tu penses

Pense à un nombre entre 1 et 100 !

*Parmi les listes qui suivent,
indique-moi celles où il figure !*

*Je devine alors le nombre
auquel tu as pensé !*

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19

21 23 25 27 29 31 33 35 37 39

41 43 45 47 49 51 53 55 57 59

61 63 65 67 69 71 73 75 77 79

81 83 85 87 89 91 93 95 97 99

2 3 6 7 10 11 14 15 18 19

22 23 26 27 30 31 34 35

38 39 42 43 46 47 50 51

54 55 58 59 62 63 66 67

70 71 74 75 78 79 82 83

86 87 90 91 94 95 98 99

4 5 6 7 12 13 14 15 20

21 22 23 28 29 30 31 36

37 38 39 44 45 46 47 52

53 54 55 60 61 62 63 68

69 70 71 76 77 78 79 84

85 86 87 92 93 94 95 100

8 9 10 11 12 13 14 15

24 25 26 27 28 29 30 31

40 41 42 43 44 45 46 47

56 57 58 59 60 61 62 63

72 73 74 75 76 77 78 79

88 89 90 91 92 93 94 95

16 17 18 19 20 21 22 23

24 25 26 27 28 29 30 31

48 49 50 51 52 53 54 55

56 57 58 59 60 61 62 63

80 81 82 83 84 85 86 87

88 89 90 91 92 93 94 95

32 33 34 35 36 37 38

39 40 41 42 43 44

45 46 47 48 49 50

51 52 53 54 55 56

57 58 59 60 61 62

63 96 97 98 99 100

64 65 66 67 68 69 70

71 72 73 74 75 76

77 78 79 80 81 82

83 84 85 86 87 88

89 90 91 92 93 94

95 96 97 98 99 100

Question naturelle :

*Comment j'ai fait pour
deviner le nombre auquel
tu as pensé ?*

Nous allons tenter de comprendre cela !

Question naturelle :

*Comment j'ai fait pour
deviner le nombre auquel
tu as pensé ?*

Nous allons tenter de comprendre cela !

Question naturelle :

*Comment j'ai fait pour
deviner le nombre auquel
tu as pensé ?*

Nous allons tenter de comprendre cela !

3. Le système décimal

3.1. Convention

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\ 000$$

$$10^4 = 10\ 000$$

$$10^5 = 100\ 000$$

$$10^6 = 1\ 000\ 000$$

$$10^7 = 10\ 000\ 000$$

$$10^8 = 100\ 000\ 000$$

$$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$$

$$10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$$

$$10^{11} = 100\ 000\ 000\ 000$$

.....

3.2. L'écriture d'un nombre

Pour représenter un nombre entier naturel, on utilise un *système de numération*. Celui que l'on connaît le plus est le *système décimal* composé des 10 chiffres :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Par exemple :

7

32

247

1 032

18 546

365 249

4 985 321

3.2. L'écriture d'un nombre

Pour représenter un nombre entier naturel, on utilise un *ystème de numération*. Celui que l'on connaît le plus est le *ystème décimal* composé des 10 chiffres :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Par exemple :

7

32

247

1 032

18 546

365 249

4 985 321

3.2. L'écriture d'un nombre

Pour représenter un nombre entier naturel, on utilise un *ystème de numération*. Celui que l'on connaît le plus est le *ystème décimal* composé des 10 chiffres :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Par exemple :

7

32

247

1 032

18 546

365 249

4 985 321

3.2. L'écriture d'un nombre

Pour représenter un nombre entier naturel, on utilise un *ystème de numération*. Celui que l'on connaît le plus est le *ystème décimal* composé des 10 chiffres :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Par exemple :

7

32

247

1 032

18 546

365 249

4 985 321

3.2. L'écriture d'un nombre

Pour représenter un nombre entier naturel, on utilise un *ystème de numération*. Celui que l'on connaît le plus est le *ystème décimal* composé des 10 chiffres :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Par exemple :

7

32

247

1 032

18 546

365 249

4 985 321

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement 1** chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus 2** chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus 3** chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus 4** chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus 5** chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus 6** chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

- Le *nombre de chiffres* qui forment un nombre est le premier élément qui permet de donner une *indication* sur sa *taille* : plus il y en a, plus ce nombre paraît *grand* !
- Les chiffres peuvent se répéter, par exemple 2 099 777 444.
- On demande à ce que le **premier** (en partant de la gauche) soit toujours **différent** de 0.
- Tout nombre inférieur à 10 utilise **exactement** 1 chiffre.
- Tout nombre inférieur à 100 utilise **au plus** 2 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 utilise **au plus** 3 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 10 000 utilise **au plus** 4 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 100 000 utilise **au plus** 5 chiffres.
- Tout nombre inférieur à 1 000 000 utilise **au plus** 6 chiffres.
-

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}3\ 274 &= 3\ 000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}14\ 305 &= 10\ 000 + 4\ 000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\ 000 + 4 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}3\ 274 &= 3\ 000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}14\ 305 &= 10\ 000 + 4\ 000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\ 000 + 4 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned} 3\,274 &= 3\,000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0. \end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned} 14\,305 &= 10\,000 + 4\,000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\,000 + 4 \times 1\,000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0. \end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}3\ 274 &= 3\ 000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}14\ 305 &= 10\ 000 + 4\ 000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\ 000 + 4 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}3\ 274 &= 3\ 000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}14\ 305 &= 10\ 000 + 4\ 000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\ 000 + 4 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}3\ 274 &= 3\ 000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}14\ 305 &= 10\ 000 + 4\ 000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\ 000 + 4 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned} 3\,274 &= 3\,000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0. \end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned} 14\,305 &= 10\,000 + 4\,000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\,000 + 4 \times 1\,000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0. \end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned} 3\,274 &= 3\,000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0. \end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned} 14\,305 &= 10\,000 + 4\,000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\,000 + 4 \times 1\,000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0. \end{aligned}$$

Prenons le nombre $u = 3274$. On peut le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}3\ 274 &= 3\ 000 + 200 + 70 + 4 \\ &= 3 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 \times 1 \\ &= 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0.\end{aligned}$$

Prenons un autre nombre $v = 14305$. On peut aussi le décomposer comme suit :

$$\begin{aligned}14\ 305 &= 10\ 000 + 4\ 000 + 300 + 5 \\ &= 1 \times 10\ 000 + 4 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0.\end{aligned}$$

$$10 = \overbrace{\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 10}} = \spadesuit$$

$$100 = 10^2 = \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit \end{array} \right. = \overbrace{\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 10}} = \clubsuit$$

paquet de 10

$$10 = \overbrace{\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit} = \spadesuit$$

$$100 = 10^2 =$$



paquet de 10

$$= \overbrace{\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit} = \clubsuit$$

paquet de 10

$$10 = \overbrace{\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit} = \spadesuit$$

$$100 = 10^2 =$$



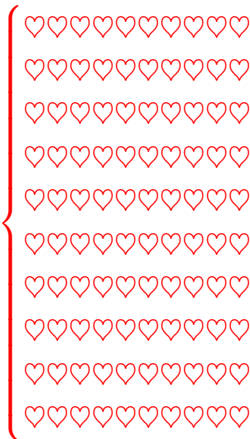
paquet de 10

$$= \overbrace{\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit} = \clubsuit$$

paquet de 10

$$10 = \overbrace{\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit} = \spadesuit$$

$$100 = 10^2 =$$



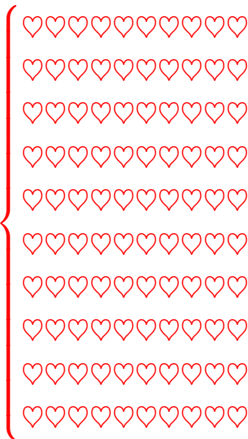
paquet de 10

$$= \overbrace{\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit} = \clubsuit$$

paquet de 10

$$10 = \overbrace{\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit} = \spadesuit$$

$$100 = 10^2 =$$



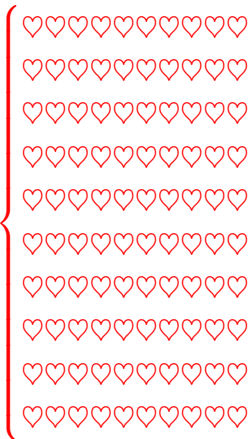
paquet de 10

$$= \overbrace{\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit} = \clubsuit$$

paquet de 10

$$10 = \overbrace{\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit} = \spadesuit$$

$$100 = 10^2 =$$



paquet de 10

$$= \overbrace{\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit} = \clubsuit$$

$$1000 = 10^3 = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 10}} = \star$$

$$10^4 = \left\{ \begin{array}{l} \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \end{array} \right. = \overbrace{\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star}^{\text{paquet de 10}} = \diamond$$

$$1000 = 10^3 = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 10}} = \star$$

$$10^4 = \left\{ \begin{array}{l} \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \end{array} \right. = \overbrace{\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star}^{\text{paquet de 10}} = \diamond$$

$$1000 = 10^3 = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 10}} = \star$$

$$10^4 = \left\{ \begin{array}{l} \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \end{array} \right. = \overbrace{\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star}^{\text{paquet de 10}} = \diamond$$

$$1000 = 10^3 = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 10}} = \star$$

$$10^4 = \left\{ \begin{array}{l} \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \end{array} \right. = \overbrace{\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star}^{\text{paquet de 10}} = \diamond$$

$$1000 = 10^3 = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 10}} = \star$$

$$10^4 = \left\{ \begin{array}{l} \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \end{array} \right. = \overbrace{\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star}^{\text{paquet de 10}} = \diamond$$

$$1000 = 10^3 = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 10}} = \star$$

$$10^4 = \left\{ \begin{array}{l} \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \\ \clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit\clubsuit \end{array} \right. = \overbrace{\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star}^{\text{paquet de 10}} = \diamond$$

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- 1 pièces de 1 euro ;
- 2 billets de 10 euros ;
- 3 billets de 100 euros ;
- 4 billets de 1000 euros ;
- 5 billets de 10.000 euros ;
- 6 billets de 100.000 euros ;
- 7 billets de 1.000 000 euros ;
- 8 billets de 10.000 000 euros ;
- 9 billets de 100.000 000 euros ;
- 10 billets de 1.000 000 000 euros ;
- 11 ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- 1 pièces de 1 euro ;
- 2 billets de 10 euros ;
- 3 billets de 100 euros ;
- 4 billets de 1000 euros ;
- 5 billets de 10.000 euros ;
- 6 billets de 100.000 euros ;
- 7 billets de 1.000 000 euros ;
- 8 billets de 10.000 000 euros ;
- 9 billets de 100.000 000 euros ;
- 10 billets de 1.000 000 000 euros ;
- 11 ...

3.3. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② billets de 10 euros ;
- ③ billets de 100 euros ;
- ④ billets de 1000 euros ;
- ⑤ billets de 10.000 euros ;
- ⑥ billets de 100.000 euros ;
- ⑦ billets de 1.000 000 euros ;
- ⑧ billets de 10.000 000 euros ;
- ⑨ billets de 100.000 000 euros ;
- ⑩ billets de 1.000 000 000 euros ;
- ⑪ ...

Question :

Composer la somme 345 euros



3



4



5



3



4



5

Et c'est l'unique composition minimale!

4. Le système binaire

4.1. Convention

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{11} = 2048$$

$$2^{12} = 4096$$

$$\dots = \dots$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit \heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit \spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit \spadesuit \\ \spadesuit \spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit \clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit \heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit \spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit \spadesuit \\ \spadesuit \spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit \clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit \heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit \spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit \spadesuit \\ \spadesuit \spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit \clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit \heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit \spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit \spadesuit \\ \spadesuit \spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit \clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit \heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit \spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit \spadesuit \\ \spadesuit \spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit \clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit\heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit\spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \\ \heartsuit\heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit\spadesuit \\ \spadesuit\spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit\clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

On obtient alors un système dont le principe consiste à compter par paquet de 2.

$$\begin{aligned} 2 &= \overbrace{\heartsuit \heartsuit}^{\text{paquet de 2}} = \spadesuit \\ 4 = 2^2 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \overbrace{\spadesuit \spadesuit}^{\text{paquet de 2}} = \clubsuit \\ 8 = 2^3 &= \left\{ \begin{array}{l} \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \\ \heartsuit \heartsuit \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \spadesuit \spadesuit \\ \spadesuit \spadesuit \end{array} \right\} = \overbrace{\clubsuit \clubsuit}^{\text{paquet de 2}} = \diamondsuit \end{aligned}$$

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- 1 pièces de 1 euro ;
- 2 pièces de 2 euros ;
- 3 pièces de 4 euros ;
- 4 pièces de 8 euros ;
- 5 pièces de 16 euros ;
- 6 pièces de 32 euros ;
- 7 pièces de 64 euros ;
- 8 pièces de 128 euros ;
- 9 pièces de 256 euros ;
- 10 pièces de 512 euros ;
- 11 ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- 1 pièces de 1 euro ;
- 2 pièces de 2 euros ;
- 3 pièces de 4 euros ;
- 4 pièces de 8 euros ;
- 5 pièces de 16 euros ;
- 6 pièces de 32 euros ;
- 7 pièces de 64 euros ;
- 8 pièces de 128 euros ;
- 9 pièces de 256 euros ;
- 10 pièces de 512 euros ;
- 11 ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- 1 pièces de 1 euro ;
- 2 pièces de 2 euros ;
- 3 pièces de 4 euros ;
- 4 pièces de 8 euros ;
- 5 pièces de 16 euros ;
- 6 pièces de 32 euros ;
- 7 pièces de 64 euros ;
- 8 pièces de 128 euros ;
- 9 pièces de 256 euros ;
- 10 pièces de 512 euros ;
- 11 ...

4.2. Exemple plus concret

On suppose qu'en Europe il n'existe que des :

- ① pièces de 1 euro ;
- ② pièces de 2 euros ;
- ③ pièces de 4 euros ;
- ④ pièces de 8 euros ;
- ⑤ pièces de 16 euros ;
- ⑥ pièces de 32 euros ;
- ⑦ pièces de 64 euros ;
- ⑧ pièces de 128 euros ;
- ⑨ pièces de 256 euros ;
- ⑩ pièces de 512 euros ;
- ⑪ ...

Question

Avec au plus une pièce de chaque espèce,
donner la composition minimale des sommes :

10 euros 23 euros 99 euros

33 euros 45 euros 77 euros

Question

**Avec au plus une pièce de chaque espèce,
donner la composition minimale des sommes :**

10 euros 23 euros 99 euros

33 euros 45 euros 77 euros

Question

Avec au plus une pièce de chaque espèce,
donner la composition minimale des sommes :

10 euros 23 euros 99 euros

33 euros 45 euros 77 euros

Question

Avec au plus une pièce de chaque espèce,
donner la composition minimale des sommes :

10 euros 23 euros 99 euros

33 euros 45 euros 77 euros

① **10 euros = 8 euros + 2 euros**

② 23 euros = 16 euros + 4 euros + 2 euros + 1 euro

③ 99 euros = 64 euros + 32 euros + 2 euros + 1 euro

④ 33 euros = 32 euros + 1 euro

⑤ 45 euros = 32 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

⑥ 77 euros = 64 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

① **10 euros = 8 euros + 2 euros**

② **23 euros = 16 euros + 4 euros + 2 euros + 1 euro**

③ 99 euros = 64 euros + 32 euros + 2 euros + 1 euro

④ 33 euros = 32 euros + 1 euro

⑤ 45 euros = 32 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

⑥ 77 euros = 64 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

① **10 euros = 8 euros + 2 euros**

② **23 euros = 16 euros + 4 euros + 2 euros + 1 euro**

③ **99 euros = 64 euros + 32 euros + 2 euros + 1 euro**

④ 33 euros = 32 euros + 1 euro

⑤ 45 euros = 32 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

⑥ 77 euros = 64 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

① **10 euros = 8 euros + 2 euros**

② **23 euros = 16 euros + 4 euros + 2 euros + 1 euro**

③ **99 euros = 64 euros + 32 euros + 2 euros + 1 euro**

④ **33 euros = 32 euros + 1 euro**

⑤ 45 euros = 32 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

⑥ 77 euros = 64 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

① **10 euros = 8 euros + 2 euros**

② **23 euros = 16 euros + 4 euros + 2 euros + 1 euro**

③ **99 euros = 64 euros + 32 euros + 2 euros + 1 euro**

④ **33 euros = 32 euros + 1 euro**

⑤ **45 euros = 32 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro**

⑥ 77 euros = 64 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro

① **10 euros = 8 euros + 2 euros**

② **23 euros = 16 euros + 4 euros + 2 euros + 1 euro**

③ **99 euros = 64 euros + 32 euros + 2 euros + 1 euro**

④ **33 euros = 32 euros + 1 euro**

⑤ **45 euros = 32 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro**

⑥ **77 euros = 64 euros + 8 euros + 4 euros + 1 euro**